



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
BIBLIOTECA DE OBJETOS MATEMÁTICOS
COORDENADOR: Dr. MARCIO LIMA



TEXTO:
FRACTAIS

AUTOR:
André Brito
(estagiário da BOM)

ORIENTADOR:
Dr. Professor Márcio Lima
(coordenador da BOM)

Você já ouviu falar de *fractais*? O que são fractais? São figuras geométricas muito loucas, produzidas por meio de equações matemáticas que podem ser interpretadas como formas e cores por programas de computador. Sua principal característica é a autossimilaridade. Um fractal é um objeto geométrico que pode ser dividido em partes, cada uma das quais semelhante ao objeto original. "Eles contêm, dentro de si, cópias menores deles mesmos. Essas cópias, por sua vez, contêm cópias ainda menores e assim sucessivamente", explica Eduardo Colli, professor do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP).

O termo "fractal" foi criado em 1975 por Benoît Mandelbrot, matemático francês nascido na Polónia, que descobriu a geometria fractal na década de 70 do século XX, a partir do adjetivo latino *fractus*, do verbo *frangere*, que significa quebrar. Vários tipos de fractais foram originalmente estudados como objetos matemáticos. Os primeiros fractais estudados foram o Conjunto de Cantor, Floco de Neve de Koch e o Triângulo de Sierpinski.

Pense da seguinte maneira: Imagine que você está observando uma figura geométrica e, em seguida, dá um zoom nessa figura. A figura que está vendo agora - com zoom - tem a estrutura parecida com a estrutura da figura inicial. Após isso, você dá outro zoom, e mais uma vez, a nova figura tem a estrutura parecida com a da anterior e com a da inicial, e assim sucessivamente. É assim que funciona um fractal. Abaixo, vemos um exemplo:

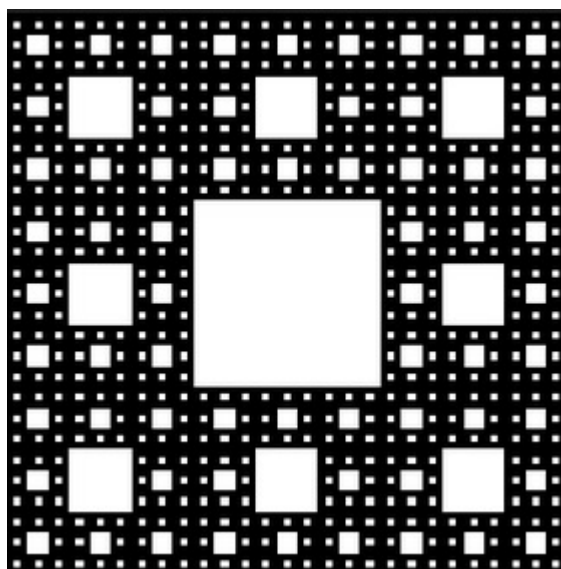
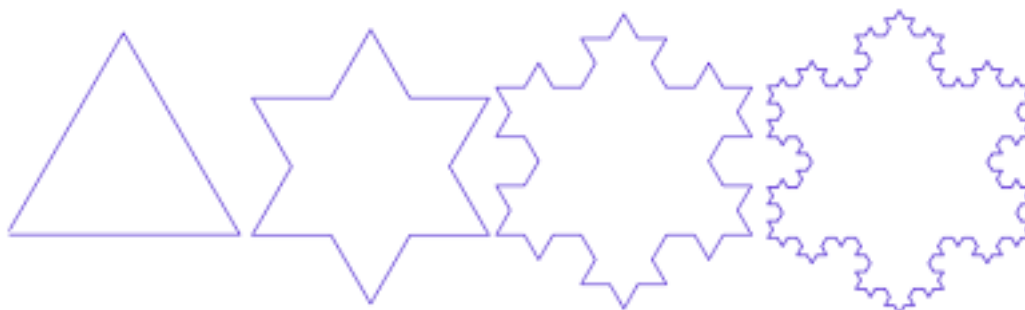


Figura 1: *Fractal famoso conhecido como Tapete de Sierpinski.*

Os fractais estão ligados a áreas da física e da matemática chamadas Sistemas Dinâmicos e Teoria do Caos, porque suas equações são usadas para

descrever fenômenos que, apesar de parecerem aleatórios, obedecem a certas regras - como o fluxo dos rios. Eles não são explicados pela geometria euclidiana (aquela que você aprende na escola), pois possuem dimensão fracionária. "Essa fração está relacionada com a quantidade e a escala de ampliação das cópias da figura contidas dentro dela mesma", diz Colli. Outra característica é que possuem complexidade infinita: um zoom em um detalhe da imagem revela novos detalhes.

Graficamente, um bom exemplo de fractal é o da Curva de Koch, que remete a um floco de neve. O procedimento para criá-lo é simples e repetitivo: adicionar triângulos ao perímetro de um triângulo inicial:



Após alguns muitos passos como esses, obtemos o seguinte fractal:

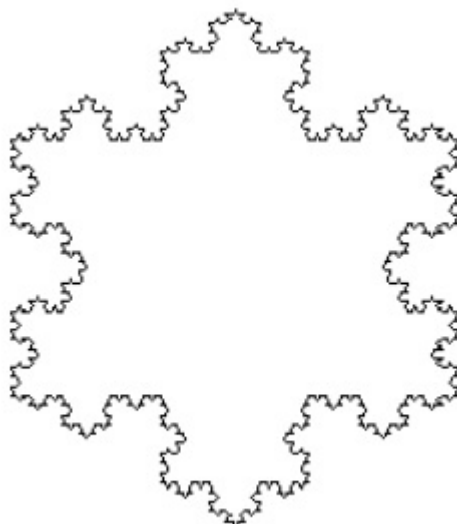


Figura 2: *Curva de Koch, também conhecida como Floco de Neve*

Os fractais possuem uma geometria própria chamada, obviamente, *Geometria Fractal*. Essa geometria explica muitos fenômenos na natureza. A geometria euclidiana falha na descrição de formas encontradas na natureza. A geometria fractal, em destaque a dimensão fractal, tem utilização em várias áreas científicas, como no estudo dos sistemas caóticos, reconhecimento de padrões em imagens, tecnologia, ciências, artes e música, etc. Por exemplo, os vasos sanguíneos se ramificam e se dividem assim como os lados do Floco de Neve. Além disso, nosso sistema circulatório tem de espremer um comprimento imenso em uma área limitada, que é o nosso corpo, lembrando o mesmo comportamento da Curva de Koch.

Da mesma forma, os pulmões precisam apertar uma área maior que uma quadra de tênis em pouco espaço disponível; o sistema coletor urinário, o canal biliar do fígado e a rede de fibras especiais do coração que transmitem pulsos elétricos aos músculos também são exemplos de fractais.

A estrutura do pulmão e as ramificações dos neurônios remetem a essas figuras. Entre outros benefícios, a compreensão do desenvolvimento dos fractais pode ajudar a prever a evolução de doenças como o câncer, facilitando diagnósticos precoces.

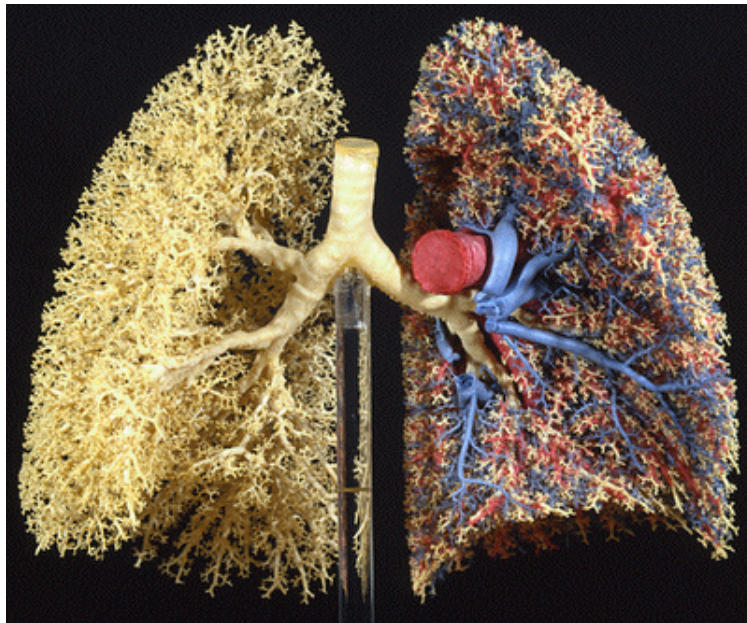


Figura 3: *Estrutura do pulmão.*



Figura 4: *Ramificações dos Neurônios.*

Os dobramentos das camadas de rocha que formam o solo são criados por dobramentos ainda menores, como um fractal. Ao se definir, por computador, esses padrões, pode-se estudar a instabilidade dos solos e prevenir catástrofes como a da região serrana do Rio de Janeiro.

O inglês Phil Jackson lançou, em 1998, o álbum *Organized Chaos*, que transformava cálculos matemáticos em música fractal. E figuras psicodélicas como as desta matéria já viraram exposição, até no Museu da Imagem e do Som (MIS) de São Paulo. O inglês Phil Jackson lançou, em 1998, o álbum *Organized Chaos*, que transformava cálculos matemáticos em música fractal. E figuras psicodélicas como as desta matéria já viraram exposição, até no Museu da Imagem e do Som (MIS) de São Paulo.

Um exemplo bem comum de fractal natural é o romanesco, apresentado na figura abaixo:



Os fractais estão em vários lugares. Existem muitos objetos naturais que são considerados fractais naturais devido ao seu comportamento ou estrutura, mas estes são tipo de fractais finitos o que os distingue dos fractais de tipo matemático criado por interações recursivas. Temos como exemplo as nuvens e árvores.